

4

11

Mathematical operations On Images

Linear and non Linear operations

* كيف أحكم على عملية على أنها عملية Linear أم عملية Non-Linear عند تطبيقها على صورة $f(x,y)$

* افترض أن الصورة الأصلية هي $f(x,y)$ و العملية هي H و الصورة الناتجة من تطبيق العملية هي $g(x,y)$ و a_1, a_2 هم ثوابت.

The operation is Linear if homogeneity and additivity are met.
Superposition

① homogeneity $H[a f(x,y)] = a H[f(x,y)]$

② additivity $H[a_1 f_1(x,y) + a_2 f_2(x,y)] = a_1 H[f_1(x,y)] + a_2 H[f_2(x,y)]$

Example assume f_1, f_2 are two sub-images

$a_1 = 1, a_2 = -1$ are two constants

$$f_1 = \begin{bmatrix} 6 & 2 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} \quad f_2 = \begin{bmatrix} 6 & 5 \\ 4 & 7 \end{bmatrix}$$

check the Max operation.

$$\text{L.H.S} = \text{Max} \left\{ (1) \begin{bmatrix} 6 & 2 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} + (-1) \begin{bmatrix} 6 & 5 \\ 4 & 7 \end{bmatrix} \right\} = \text{Max} \left\{ \begin{bmatrix} -6 & -3 \\ -2 & -4 \end{bmatrix} \right\} = -2$$

$$\text{R.H.S} = (1) \text{Max} \left\{ \begin{bmatrix} 6 & 2 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} \right\} + (-1) \text{Max} \left\{ \begin{bmatrix} 6 & 5 \\ 4 & 7 \end{bmatrix} \right\} \\ = 3 - 7 = -4$$

L.H.S \neq R.H.S, Hence Max is non-Linear.

Arithmetic operations : العمليات الحسابية على الصور

$$\begin{aligned}
 S(x,y) &= f(x,y) + g(x,y) \Rightarrow \text{Addition} \quad \text{جمع صورتين} \\
 d(x,y) &= f(x,y) - g(x,y) \Rightarrow \text{Subtraction} \quad \text{طرح صورتين} \\
 p(x,y) &= f(x,y) * g(x,y) \Rightarrow \text{Multiplication} \quad \text{حاصل ضرب صورتين} \\
 v(x,y) &= f(x,y) \div g(x,y) \Rightarrow \text{Division} \quad \text{خارج قسمة صورتين}
 \end{aligned}$$

* تطبيقات على جمع صورتين
In Image processing

- Averaging multiple noisy images taken from the same scene, using the same sensor \Rightarrow Reduces noise.

الموصول على المتوسط (جمع ثم قسمه على العدد) لمجموعة من الصور بها noise يؤدي إلى تقليل ال noise.

- As the number of averaged images increases, the Expected value of the average image approaches the original noise free image.
كلما زاد عدد الصور الداخلة في حساب المتوسط، فإن القيمة المتوقعة للمتوسط تقترب من الصورة الأصلية بدون noise.

ملحوظة : يوجد على هذه العلومة بعض الأسئلة والإجابات
Sheet 1

Subtraction application in image processing

تطبيقات على طرح
الصور

- * Subtracting one image from the other which gives a measure for the difference between the two images.

طرح صورة من أخرى تعطي مقياس
للإختلاف بين الصورتين.

Multiplication application: Masking

تطبيقات على
ضرب صورتين

a mask image : is image with ones for regions of interest and zeros for the rest of image

هو صورة الأمان المطلوبة

نضع فيها قيم 1 pixel

of interest and zeros for the rest of image

والأمان غير المطلوبة نضع فيها
قيم 0

$$f(x,y) \times M(x,y) = g(x,y)$$

* the mask is multiplied by the original image to get the desired images.

Conserving the full Range after arithmetic operations

* بعد عملية الجمع قد تكون في الصورة الأولى pixel قيمته $f = 255$ يتم جمعها

على pixel أخرى قيمته $f = 255$ وبالتالي سيكون المجموع

لدينا هو 510 وهذا أكبر من الحد الأقصى للـ gray scale وهو 255

ولذلك نفقد بعملية الـ scaling التالية.

$$f_m(x,y) = f(x,y) - \text{Min}[f(x,y)]$$

4

* في عملية الطرح : قد تكون الصورة الأولى f تتوى على pixels
 قيمتها $f = 0$ ويتم طرح الصورة القابلة صفر وقد
 تكون ال pixel المتناظرة لل pixel سابقة الذكر في الصورة
 الأولى قيمتها $f = 255$ وبالتالي فالقيمة لتأثير
 من عملية الطرح $255 - 255 = 0$ وبالتالي فاد scale
 الجديد بعد عملية الطرح هو $255 \rightarrow 255$ وبالتالي
 نحتاج لعملية scaling كالآتي

$$f_s = \frac{f_m(x, y)}{255} \times \text{Max}[f_m(x, y)]$$

↓
255